

A FIZIKA KÍSÉRLETI TÖRVÉNYEINEK MATEMATIKAI FORMÁJUK SZERINTI CSOPORTOSÍTÁSA

Fülöp Csilla

Trefort Ágoston Két Tanítási Nyelvű Szakközépiskola, Budapest, fulcsilla@gmail.com,
az ELTE Fizika Tanítása doktori program hallgatója

ÖSSZEFOGLALÁS

A jól definiált mérhető fizikai mennyiségek között méréseink alapján összefüggéseket tapasztalhatunk, ezek a kísérleti törvények. Ezek a törvények a fizika fejezeteinek alapjait adják, formájuk valamilyen matematikai formalizmust határoz meg. A matematikai forma alapján is csoportosíthatjuk a fizika törvényeit, amely a természet egységességére utal. A lineáris összefüggések mellett az exponenciális összefüggésekre nézünk néhány törvényt, amely alapján javaslatot teszünk az exponenciális jelenségek egyfajta építkező felépítésére a középfokú oktatásban.

BEVEZETÉS

Magyarországon a kétszintű érettségi bevezetésével (2005.) a középszintű érettségi fizika tantárgyi témaköreinek csoportosítása, és azok előfordulási aránya az érettségi feladatokban előírás szerint az alábbi:

- mechanika:	25%	- elektromágnesség:	25%
- hőtán:	20%	- atom- és magfizika	20%
- gravitáció, csillagászat:	10%		

Az alap-, és középfokú fizikaoktatás fejezeteit hagyományosan így is szoktuk megadni: mechanika, hőtán, elektro-mágnességtan, optika, modern fizika. Mi ezt a csoportosítást követjük.

CSOPORTOSÍTSUNK MATEMATIKAI ALAK SZERINT!

A tantárgy oktatásának szakdidaktikai vizsgálataiban, és fejlesztésében mindig is különleges szerepet kapott a matematikai ismeretekkel való találkozási pontok vizsgálata, lévén mérési eredményeink, valamint a számolós feladatok is igénylik ezen ismeretek összehangolását, és alkalmazásuk előremutat az elméleti fizika munkamódszereire.

Galilei, a tudományos megismerés alapjainak megfogalmazója így nyilatkozott 1600 körül: "A természet nagy könyve a matematika nyelvén íródott." [1]

A modern fizika egyik kiemelkedő alakja, Feymann napjainkban is hasonlóképpen nyilatkozott: "Azoknak, akik nem ismerik a matematikát, nehézséget okoz keresztüljutni a szépség valódi érzéséhez, a legmélyebb szépséghez, a természethez... Ha a természetről akarsz tanulni, méltányolni akarod a természetet, ahhoz szükség van arra, hogy értsd a nyelvét, amin szól hozzád." [2]

A természet megismerésének alapvető lépése Galilei alapján a gondosan megtervezett kísérletek után a mérések elvégzése, és a már számszerűsített mérési eredmények analízise. A jól definiált mérhető fizikai mennyiségek között összefüggéseket tapasztalhatunk, ezek a kísérleti törvények. Nyilvánvaló ötletként adódik, hogy csoportosítsuk a fizika kísérleti törvényeit matematikai formájuk alapján. Ez a gondolat közelebb vihet a természet egységességének alaposabb megértéséhez csakúgy, mint értékes ötleteket adhat a szakmódszertani repertoárunk bővítésére, valamint a kapcsolódási pontok részletesebb elemzéséhez.

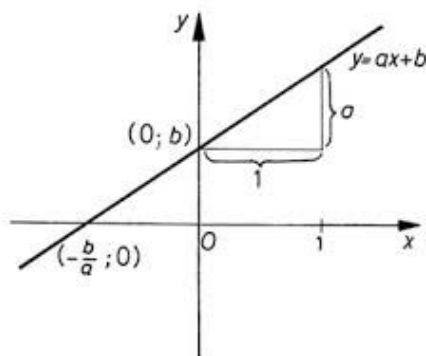
Néhány alapvető matematikai forma, amely a középiskolások számára előírt tananyagokon alapszik, és különleges szerepet játszik a fizikában:

1. Lineáris függvények(, benne az egyenes arányossággal)
2. Exponenciális (és logaritmikus) összefüggések
3. Gyökös összefüggések
4. (Reciprok, és hatvány-alak \rightarrow) $1/x^2$ arányosság
5. Trigonometrikus függvények

Jelen cikkben a lineáris törvények köréből nézünk válogatást ízelítőül, majd az exponenciális törvényeket vizsgáljuk, mely alapján egy tanítási kísérlet körvonalai rajzolódhatnak ki.

LINEÁRIS ÖSSZEFÜGGÉSEK A FIZIKA FEJEZETEIBEN

Két mennyiség (például x és y) kapcsolata lineáris, ha található olyan két paraméter (például a és b), melyekkel felírható az $y = ax+b$ összefüggés. A két változót derékszögű Descartes koordináta rendszerben ábrázolva (1. ábra) egy egyenest kapunk, innét ered a lineáris jelző.



1. ábra: Lineáris függvény grafikonja

Ha $b=0$ a grafikon átmegy a koordináta rendszer origóján, ezt az esetet egyenes arányosságnak is nevezzük. Ez utóbbi javaslatot tesz a fizikában újabb mennyiségek bevezetésére, lévén algebrai megközelítésben a két mennyiség hányadosának állandóságát jelenti.

Az egyszerű, lineáris összefüggésekre néhány példa a középiskolai tananyagból válogatva, a fizika hagyományos fejezeteinek mindegyikéből:

Mechanikából említhetjük a Mikola-csőben mozgó buborék által megtett út, és a közben eltelt idő összefüggését adott hajlásszögre, vagy a szintén alapvető rugó erőtvényét (akár teljes hosszt, akár megnyúlást vizsgálunk a rugalmassági határon belül a megnyúlás függvényében).

Hőtanból az abszolút hőmérsékleti skála bevezetéséhez használhatjuk az adott mennyiségű gázok izobár, és izochor állapotváltozásaira felírt Gay-Lussac-törvényeket, melyek a térfogat-hőmérséklet, valamint a nyomás-hőmérséklet összefüggésben adnak lineáris ábrát.

Elektromágnességtanból legismertebb összefüggésünk, az Ohm-törvény a feszültség-áramerősség lineáris összefüggésének példája.

Optikából a nagyítás fogalmának bevezetésére gyakran használjuk az Optikusok 1. törvényét, amely a képnagyság, és a képtávolság között állít egyenes arányosságot, tehát szintén egy lineáris összefüggésről van szó.

Modern fizikából kiemelhetjük a híres Einstein egyenletet, ahol a linearitást a kilépő fotonok energiája, és a beeső sugárzás energiája között vehetjük észre.

Ezt összefoglalhatjuk az alábbi táblázatban:

1. táblázat: Néhány lineáris jelenség

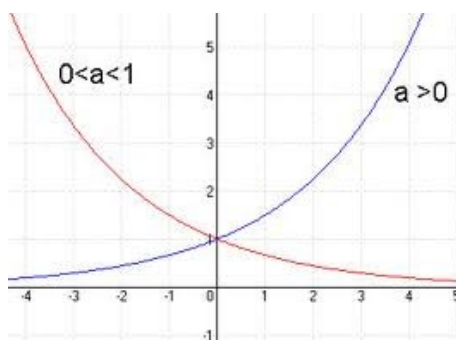
A jelenség/törvény neve	mely mennyiség (y) (amely változik)	melyik mennyiség (x) lineáris függvénye (amit változtatunk)
Mikola cső kísérlet	megtett út	eltelt idő
a rugó erőtvénnye	a rugó hossza/ megnyúlása	a terhelő erő
Gay Lussac1., ill. 2. törvénye	a gáz térfogata ill. nyomása	a gáz hőmérséklete
Ohm törvénye	áramerősség	Feszültség
kép jellemzése	kép nagysága	Képtávolság
fény-elektromos hatás	e^- mozgási energiája	foton energiája

Ezek a törvényszerűségek, kiváltképp az egyenes arányosság összefüggések jellemzően egy-egy új, sok esetben igen szemléletes fizikai mennyiség bevezetésének lehetőségét alapozzák meg, mint például a sebesség, irányítás állandó, ellenállás, nagyítás.

Érdekes javaslatot tesz egy régi szakdidaktikai kérdés megválaszolására, ha megvizsgáljuk az exponenciálisan csökkenő jelenségek körét.

EXPONENCIÁLIS ÖSSZEFÜGGÉSEK A FIZIKA FEJÉZETEIBEN

Ha két mennyiség között $y = y_0 a^{kx}$ kapcsolat írható fel, azt exponenciális összefüggésnek nevezzük. A két változót ábrázolva jellegzetes görbét kapunk (2. ábra):



2. ábra: Exponenciális függvények grafikonja

A középszintű fizikaoktatásban tárgyalt természeti törvények vizsgálatakor csak az $a < 1$ esetre korlátozódunk, így exponenciális lecsengésről beszélhetünk. A függvény páros, tehát a kitevőben megjelenő negatív előjellel korrigálhatunk. A természetes alap (e -Euler szám) használata a matematikai követelményrendszer miatt átgondolást igényel, vagy nem lehet jellemző.

Mechanikából a csillapított rezgőmozgásnál, $0 < k < 1$ ütközési számmal jellemezhető ütközések emelkedési magasságára (vízszintes talajon pattogó labda esete) találkozunk exponenciális lecsengéssel, ennek pontosabb, kvantitatív vizsgálata csak szakköri munkában lehet jellemző.

Hőtanból mindennapi tapasztalati jelenség egy, a környezetétől eltérő hőmérsékletű tárgy hőmérséklet-változása az idő függvényében. Erre Newton írt fel tapasztalati törvényt, melynek jól ismert megfogalmazása [3] ez:

„A Newton-féle hűlési törvény szerint a test hőmérsékletének változási sebessége arányos a test és környezete hőmérsékletének különbségével, $T - T_k$ -val.”

Ez a megfogalmazás elősegíti, hogy exponenciális összefüggéseket hogyan ellenőrizhetünk kvantitatív módon az exponenciális összefüggések alaposabb ismerete nélkül: a numerikusan meghatározható idő szerinti derivált (a görbéből származtatott differenciahányados) egyenesen arányos az alapmennyiség pillanatnyi értékével. Ez csakis exponenciális összefüggés esetén lehetséges.

A törvény egyszerűtől a tudományos igényű szintig feldolgozható. Középiskolásaink számára is széles lehet ez a paletta.

Newton hűlési törvényére egyszerű, rövid idő alatt, egy tanórán belül elvégezhető, és kiértékelhető, teljesen veszélytelen tanulói mérést adhatunk minden diákunknak. A mérésnek kicsi az eszközigénye: pohár, meleg víz, óra, hőmérő (3. ábra). Ez mindenkinek rendelkezésére áll akár kiscsoportok számára is nagyobb mennyiségben.

Például így adhatjuk ki a mérési feladatot:

Vizsgálja meg, hogy egy, a környezetétől eltérő hőmérsékletű tárgy hőmérséklete hogyan alakul! Derítse ki, hogy egyenletes-e a hűlés folyamata!

1. Ismertesse a méréshez szükséges eszközöket, és mérésének elvét!
2. A pohárba kapott meleg víz hőmérsékletét célszerűen kb. 3-5 percenként érdemes megnéznie, és legalább 30 percig érdemes vizsgálnia a hőmérséklet alakulását.
3. Mit jelentene az egyenletes hűlés?
4. Milyen törvényszerűséget tud megfogalmazni?



3. ábra: A hűlési törvény mérési eszközei.

Elektro-mágnességtanból is találkozunk egyszerű jelenséggel, melynek matematikai formája exponenciális lecsengést mutat: a kondenzátor kisülése. Ezt így kérhetjük diákjainktól (4. ábra):

Vizsgálja meg, hogy egyenletes-e egy terhelt kondenzátor kisülése!

1. Méréssel egy adott feszültségre feltöltött, majd terhelő ellenállással magára hagyott kondenzátor feszültségének időbeli változását kell vizsgálnia.
2. A folyamat szigorú időbelisége miatt érdemes a mérési táblázatot előre elkészíteni!
3. Készítsen grafikont, amely a kondenzátor feszültségének időbeli változását jellemzi!
4. Értékelje a kapott eredményt!
5. Mekkora volt a kondenzátoron tárolt töltés maximális értéke a kísérlete során?

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



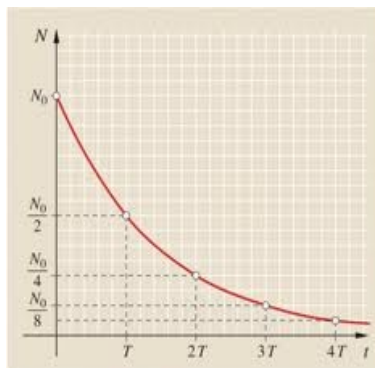
4. ábra: A kondenzátor kisülése mérés képlete és eszközei.

A kapott grafikus eredmény nyilván hasonló a hűlési törvényhez, lévén szintén exponenciális lecsengésről van szó. Figyelemre méltó, hogy a mérés elvégzésének ideje kb. 10 perc. Eszközigénye: tápegység, vezeték, voltmérő, stopper, kondenzátor, terhelő ellenállás.

Az optikában a visszaverődés, és a törés együttes jelenlétéből fakadóan magyarázhatjuk a valódi síktükörön kialakuló képek sorozatát, melyek fényerősségére szintén az exponenciális csökkenés jellemző. Az előírt tananyag nem tárgyalja ezt a jelenséget részletesebben, szakkörön lehet érdekes.

A modern fizika középiskolai tananyagában az egyik didaktikailag sarkalatos pont szintén exponenciális összefüggés: a radioaktív sugárforrás aktív magjai számának időbeli csökkenése szintén az idő exponenciálisan lecsengő függvénye (5. ábra):

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$



5. ábra: A radioaktív bomlási törvény grafikonja és képlete.

MIT AJÁNL EZ TANÍTÁSI GYAKORLATUNK SZÁMÁRA?

A középiskolai tananyagban különösen nehézkes a radioaktív sugárforrás intenzitásának függésére felírt összefüggés tanítása. Nyilván, hiszen a nehéznek számító matematikai eszközpark (exponenciális összefüggések, függvények) használatát készségszinten feltételezzük, és ezt a modern fizika absztrakt atom-modelljével kombináltan kell(ene) alkalmaznunk. Bonyolult, és elvont a fizikai modell, melynek nincs a tanulóink számára közvetlen tapasztalati alapja, és nehéz a matematikai háttér. Nyilván, egy didaktikailag különösen problémás törvény oktatásáról van szó. Alaposabb előkészítésre, több segítség nyújtására már több ötlet is a szakmai köztudatban van ebben a kérdésben. A kísérleti törvények matematikai formájuk alapján történő csoportosítása alapján egy alapos vizsgálatra érdemes új módszertani lehetőség is kínálkozik.

Egy olyan törvény kezdheti a tematikus felépítést, mely közvetlenül, érzékszerveikkel is megtapasztalható tanulóink számára, egyszerű mérésel grafikont rajzolhatnak fel, mely exponenciális csökkenést mutat. A tanórai keretekhez, és az iskolában meglévő eszközparkhoz is kell illeszteniük, lehetőleg a tananyaghoz kapcsolódó legyen minél szervezesebben, valamint veszélytelen tanulóink számára. Mindezeket a kritériumokat teljesíti a Newton féle hűlési törvény, és annak fentebb tárgyalt szintű feldolgozása.

Az exponenciális jelenségek vizsgálata egy kevésbé szemléletes, de könnyen mérhető jelenséggel folytatódhat középiskolásaink számára: a kondenzátor kisülése. Ebben a mérésben nincs közvetlen érzékszervi tapasztalat a mért mennyiségek tekintetében, az eszközök használata még megmaradt, csakis mérési eredmények alapján találkozunk az exponenciális csökkenés jellegével. A mérés a többi igényeket is teljesíti.

Ilyen előkészítés után következhet a radioaktív izotópok intenzitásának időbeli függése, melyet akár GM számlálóval végzett mérések, vagy kiadott mérési eredmények, vagy modell-kísérlet alapján is feldolgozhatunk.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Szeretném megköszönni konzulensem, dr. Illy Judit, és dr. Juhász András szakdidaktikai segítségét, valamint Varsóci Károly igazgatóm, és Bartha Ottília (fizika), valamint Pál Katalin (villamosmérnök) tanár kolléganőim kitartó támogatását.

IRODALOMJEGYZÉK

1. Galilei G., http://www.citatum.hu/szerzo/Galileo_Galilei
2. Feymann R. ,http://hu.wikiquote.org/wiki/Richard_Feynman
3. Horváth Z.:<http://rs1.szif.hu/~horvathz/Bevde/node4.htm>

A TÉMÁVAL KAPCSOLATOS TOVÁBBI IRODALOM

1. tudasbazis.sulinet.hu/hu/matematika/matematika/matematika-9-osztaly/fuggvenyek-es-grafikonjuk-linearis-fuggveny/elfofoku-linearis-fuggvenyek
2. http://www.mathematika.hu/viewpage.php?page_id=23
3. 2012. érvényes matematika, és fizika kerettantervek, Magyar Közlöny
4. Fizika tankönyvcsalád, Mozaik Kiadó, Szeged, 1998.
5. Tóth E.: Magfizika, 34. lecke, in Fizika IV. gimnáziumi tankönyv, Tankönyvkiadó, Budapest, 1988
6. Holics L.: Radioaktivitás in: Fizika 2. kötet (1315-16. o.), szerk. Holics László, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1992.